

Kaohsiung First Invitational World Youth

Mathematics Intercity Competition

IWYMIC 1999 ครั้งที่ 1

ข้อสอบประเภทบุคคล

ให้เวลา 2 ชั่วโมง

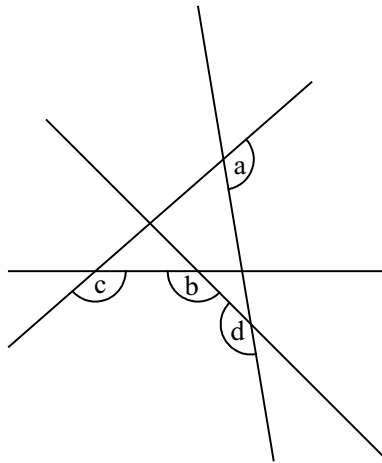
ตอนที่ 1 เขียนคำตอบของแต่ละคำถามทั้งหมด 12 ข้อ ลงในกระดาษคำตอบ ไม่จำเป็นต้องแสดงวิธีทำ แต่ละข้อมีคะแนน 5 คะแนน

1. จงหาเศษจากการหารจำนวน

122333444455555666667777778888889999999999

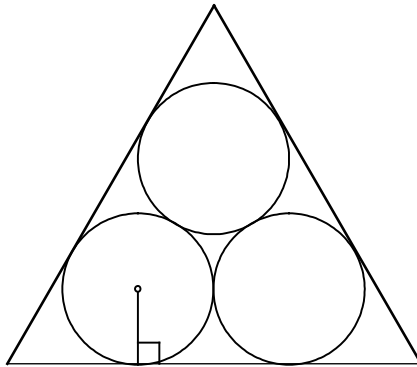
ด้วย 9

2. จงหาผลบวกของมุม a , b , c และ d จากรูปต่อไปนี้

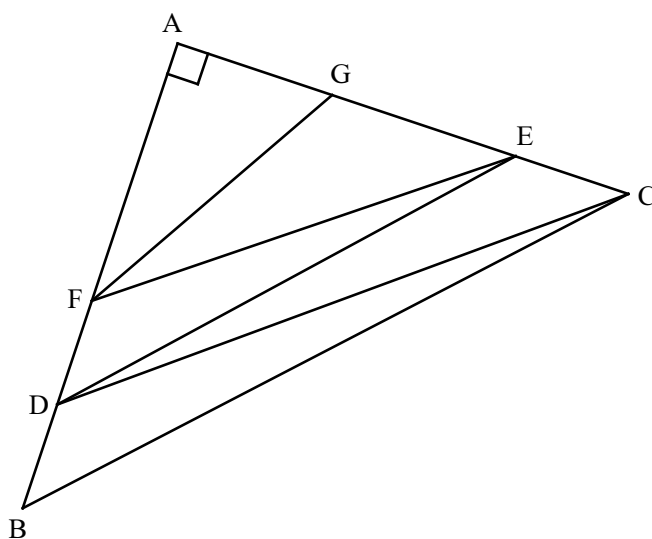


3. ในบรรดาจำนวน $1^2, 2^2, \dots, 1999^2$ จงหาว่ามีทั้งหมดกี่จำนวนที่เลขโดดในหลักสิบเป็นจำนวนคี่
4. อาคารหลังหนึ่งมีความสูง 60 เมตร ณ เวลาหนึ่งตอนกลางวัน เงาของอาคารหลังนี้ทอดยาว 40 เมตร ถ้ามีธงซึ่งยาว 2 เมตร ตั้งในแนวตั้งอยู่บนหลังคาของอาคาร จงหาว่าเงาของธงจะยาวเท่าไร ณ เวลาเดียวกัน
5. จงคำนวณค่าของ $1999^2 - 1998^2 + 1997^2 - 1996^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2$
6. จำนวนสี่หลักซึ่งมีเลขโดดเท่ากันเพียงสองตัวเท่านั้นเรียกว่า “จำนวนดี” ตัวอย่างเช่น 3445 และ 3231 เป็นจำนวนดี ในขณะที่ 3443 และ 3233 ไม่เป็นจำนวนดี จงหาว่า ในบรรดาจำนวนสี่หลักทั้งหมดที่หลักพันเป็นเลขโดด ‘3’ มีจำนวนดีกี่จำนวน

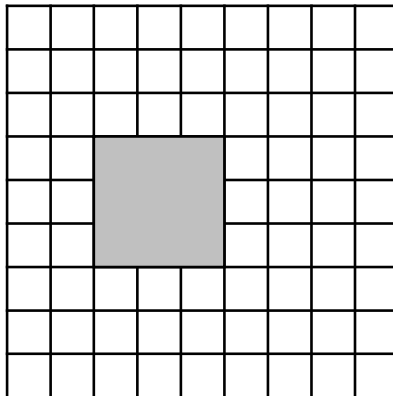
7. รูปที่แสดงต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย วงกลมทั้งสาม สัมผัสซึ่งกันและกัน และสัมผัสกับด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมด้วย จงหารัศมีของวงกลม



8. กำหนดให้ A , B และ C เป็นจำนวนเต็มบวก ผลบวกของ 160 กับกำลังสองของ A มีค่าเท่ากับ ผลบวกของ 5 กับกำลังสองของ B , ผลบวกของ 320 กับกำลังสองของ A มีค่าเท่ากับผลบวกของ 5 กับกำลังสองของ C จงหาค่า A
9. กำหนดให้ x เป็นจำนวนสองหลักจำนวนหนึ่ง และ $f(x)$ แทนผลบวกของ x กับเลขโดดของมัน แล้วลบด้วยผลคูณของเลขโดดของมัน ตัวอย่างเช่น ถ้า $x = 32$ แล้ว $f(x) = 32 + 3 + 2 - 2 \times 3 = 31$ จงหาค่า x ที่ทำให้ $f(x)$ มีค่ามากที่สุด
10. รูปข้างล่างนี้แสดงรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ด้านที่ติดกันคือ AB และ AC มีความยาวด้านเป็น 15 และ 8 ตามลำดับ โดยมี D กับ F เป็นจุดบนด้าน AB และมี E กับ G เป็นจุดบนด้าน AC ถ้าส่วนของเส้นตรง CD , DE , EF และ FG แบ่งรูปสามเหลี่ยม ABC ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมห้ารูปที่มีพื้นที่เท่ากัน แล้วความยาวของส่วนของเส้นตรงเหล่านี้เส้นหนึ่งเท่านั้น ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม จะมีความยาวเท่ากับเท่าใด



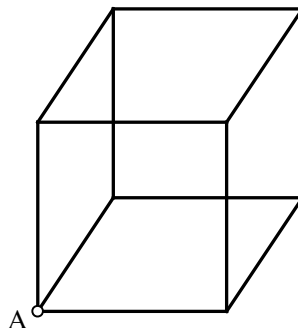
11. ตามรูปที่ให้มา จะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป (ไม่นับส่วนที่แรเงาด้านใน)



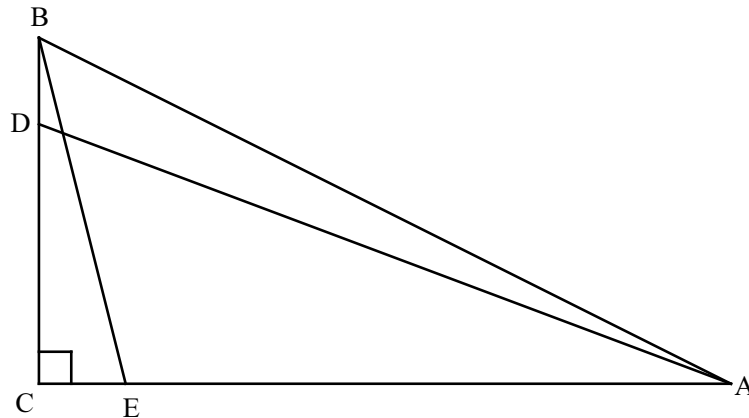
12. มีคณะกรรมการสองชุดคือชุด A และชุด B คณะกรรมการชุด A มีสมาชิก 13 คน ในขณะที่คณะกรรมการชุด B มีสมาชิก 6 คน สมาชิกแต่ละคนจะได้รับเบี้ยประชุมวันละ 6,000 ดอลลาร์ สำหรับการประชุมในช่วง 30 วันแรก และได้รับเบี้ยประชุมวันละ 9,000 ดอลลาร์ สำหรับการประชุมหลังจากนั้น จำนวนวัน ที่คณะกรรมการชุด B จัดการประชุมจะเป็น 2 เท่าของจำนวนวัน ที่คณะกรรมการชุด A จัดการประชุม และค่าใช้จ่ายในการจัดการประชุมของคณะกรรมการทั้งสองชุดมีค่าเท่ากัน ถ้าค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดของคณะกรรมการทั้งสองชุดมากกว่า 3,000,000 ดอลลาร์ จงหาว่าค่าใช้จ่ายทั้งหมดมีค่าเป็นเท่าไร

ตอนที่ 2 แสดงวิธีคิดสำหรับปัญหาทั้งสามคำถามลงในกระดาษคำตอบที่จัดไว้ให้ แต่ละคำถามมีคะแนน 20 คะแนน สามารถเขียนคำตอบเพียงบางส่วนก็ได้

1. รูปข้างล่างต่อไปนี้ แสดงโครงลวดเป็นลูกบาศก์ลูกหนึ่งที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย มดตัวหนึ่ง เริ่มต้นจากจุด A ไต่ไปตามด้านต่าง ๆ ของโครงลวด ถ้ามดไม่ได้เดินซ้ำกับเส้นทางที่เคยเดินผ่านไปเลยและในที่สุดก็กลับมาที่จุด A จงหาความยาวของเส้นทางที่ยาวที่สุดที่มดเดินได้ จงให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่กล่าวอ้างด้วย



2. ในรูปต่อไปนี้ $AC = 8CE$ และ $BC = 4BD$ ถ้า $AD = 164$ และ $BE = 52$ จงหาค่าของ AB



3. จำนวนหลักจำนวนหนึ่ง เมื่อนำไปหารด้วย 2, 3, 4, 5, 6 ตามลำดับ ผลคูณของแต่ละจำนวนที่ได้จะยังคงเป็นจำนวนหลักที่มีเลขโดดเหมือนกับจำนวนตั้งต้น แต่ลำดับอาจจะต่างกัน จงหาจำนวนตั้งต้น

เฉลยเฉพาะคำตอบ

ตอนที่ 1.

- | | | | | | |
|---------------------------|----------------|--------|-----------------------|--------------|------------------------|
| 1. 6 | 2. 540° | 3. 400 | 4. $\frac{4}{3}$ เมตร | 5. 1,999,000 | 6. 432 |
| 7. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ | 8. 13 | 9. 90 | 10. 10 | 11. 150 | 12. 14,040,000 ดอลลาร์ |

ตอนที่ 2.

- | | | |
|------|-------------------|------------|
| 1. 8 | 2. $16\sqrt{109}$ | 3. 142,857 |
|------|-------------------|------------|