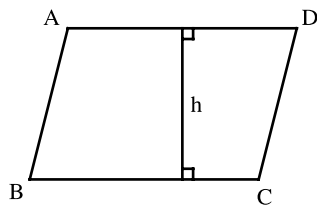


สรุปเนื้อหาที่ใช้ในการสอบ

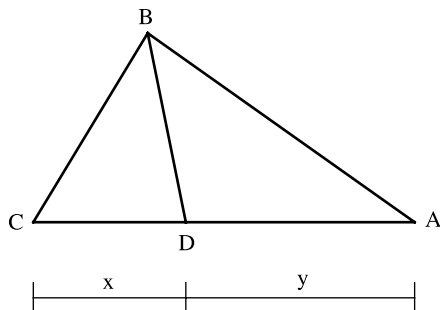
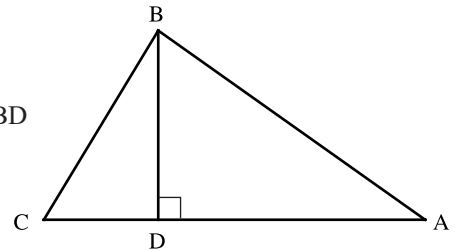
1 เรขาคณิต

◆ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง \times ยาว = $AB \times AD$



◆ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = ฐาน \times สูง = $BC \times h$

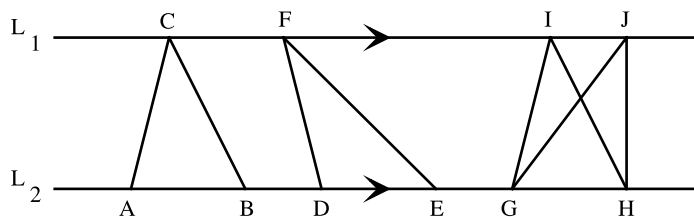
◆ พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times$ ฐาน \times สูง = $\frac{1}{2} \times AC \times BD$



◆ รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีส่วนสูงเท่ากัน แล้วอัตราส่วนของพื้นที่ จะเท่ากับอัตราส่วนของฐาน

จากรูปจะได้ว่า $\frac{\text{พื้นที่ } \triangle BCD}{\text{พื้นที่ } \triangle ABD} = \frac{x}{y}$

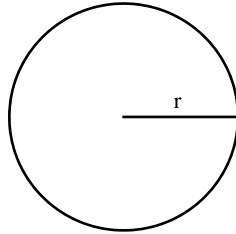
◆ พื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่อยู่ระหว่างเส้นขนานคู่หนึ่ง ถ้าฐานเท่ากัน แล้วจะมีพื้นที่เท่ากัน (เนื่องจากจะมีส่วนสูงเท่ากันด้วย)



จากรูป L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ขนานกัน โดยที่ $AB = DE = GH$ แล้วจะได้ว่า
พื้นที่ $\triangle ABC =$ พื้นที่ $\triangle DEF =$ พื้นที่ $\triangle GHI =$ พื้นที่ $\triangle GHJ$

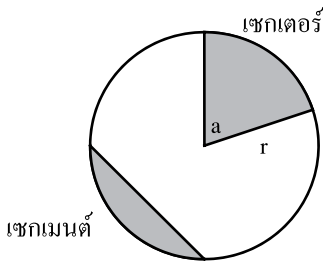
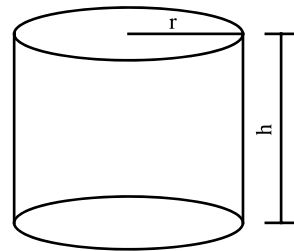
◆ วงกลม

เส้นรอบวง = $2\pi r$
พื้นที่วงกลม = πr^2



◆ ทรงกระบอก

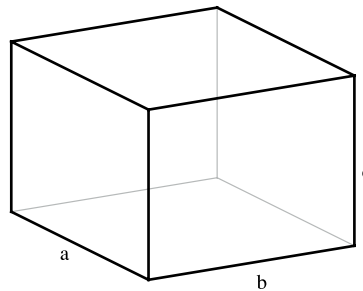
พื้นที่ผิวทรงกระบอก = $2\pi rh$
ปริมาตรทรงกระบอก = $\pi r^2 h$



◆ เซกเตอร์และเซกเมนต์

พื้นที่เซกเตอร์ = $\frac{\text{มุมที่จุดศูนย์กลาง (องศา)}}{360} \times \text{พื้นที่วงกลม} = \frac{a}{360} \times \pi r^2$

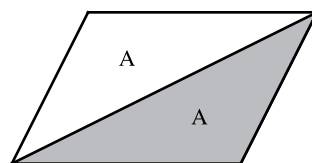
◆ ปริซึมทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก



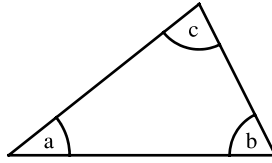
ปริมาตร = กว้าง \times ยาว \times สูง = $a \times b \times c$

พื้นที่ผิวทั้งหมด = ผลรวมของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 6 ด้าน = $2(ab + bc + ca)$

◆ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะแบ่งพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยม 2 รูปที่มีพื้นที่เท่ากัน

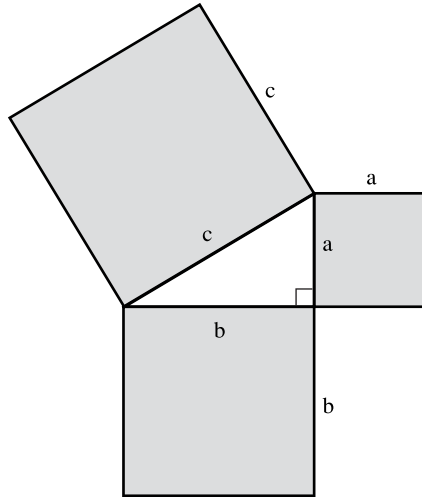
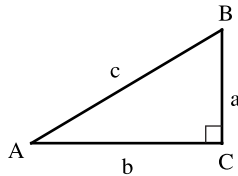


◆ มุมภายในรูปสามเหลี่ยม จะรวมกันได้ 180°



$$a + b + c = 180^\circ$$

◆ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



“รูปสามเหลี่ยม ABC จะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก็ต่อเมื่อ $c^2 = a^2 + b^2$ ”

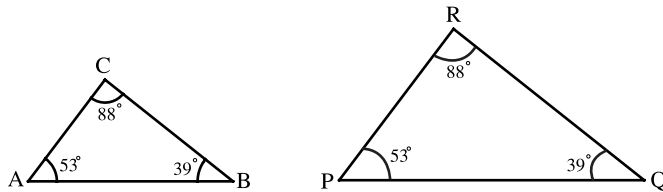
หมายความว่า

1. ถ้า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว $c^2 = a^2 + b^2$
2. ใน $\triangle ABC$ ถ้าพบว่า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$c^2 = a^2 + b^2$ หรือ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก = ผลบวกของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

◆ รูปสามเหลี่ยมคล้าย

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมภายในทั้งสามเท่ากันมุมต่อมุม แล้วรูปสามเหลี่ยมทั้งสองจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ~



จากรูป จะได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน คือ อัตราส่วนของความยาวด้านที่ตรงข้ามมุมที่เท่ากัน จะมีค่าเท่ากัน

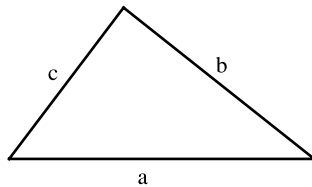
$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = \frac{\text{ความยาวเส้นรอบรูป } \triangle ABC}{\text{ความยาวเส้นรอบรูป } \triangle PQR}$$

◆ จำนวนขอบของรูปทรงสามมิติที่ประกอบจากแผ่นคลี่ จะมีจำนวนเท่ากับ

$$\text{จำนวนขอบของหน้าที่ติดกันในแผ่นคลี่} + \frac{\text{จำนวนขอบทั้งหมดรอบรูปแผ่นคลี่}}{2}$$

◆ อสมการเชิงสามเหลี่ยมหรืออสมการอิงรูปสามเหลี่ยม

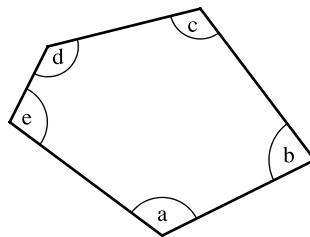
“ผลบวกของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมสองด้านใด ๆ จะมีค่ามากกว่าความยาวด้านที่เหลือเสมอ”



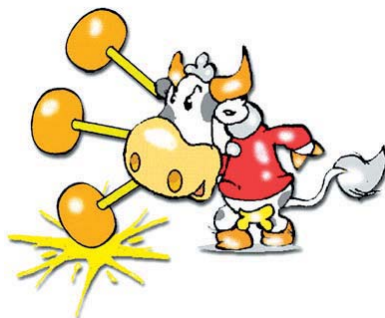
$$a + b > c \text{ และ } b + c > a \text{ และ } c + a > b$$

◆ ผลรวมของมุมภายในรูป n เหลี่ยม

จะมีค่าเท่ากับ $(n-2) \times 180^\circ$



เช่น รูปห้าเหลี่ยม ดังรูป จะได้ว่า $a + b + c + d + e = (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$



2 ทฤษฎีจำนวน

◆ การกระจายจำนวนในระบบตัวเลขฐานสิบ

$$7329 = 7000 + 300 + 20 + 9 = 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9$$

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$$

◆ แฟกทอเรียล

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{เช่น } 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$1! = 1$$



◆ จำนวนเฉพาะบวก คือจำนวนเต็มบวกที่มีตัวประกอบ 2 ตัว คือ 1 กับตัวมันเอง ได้แก่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

(จำนวนเฉพาะบวก ที่มีค่าไม่เกิน 100 จะมี 25 จำนวน)

◆ $[x]$ หรือ $\lfloor x \rfloor$ แทน จำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุดแต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x

$$\text{เช่น } [3.7] = 3, [7] = 7, \left[11\frac{2}{3}\right] = 11, [\pi] = 3, [-1.7] = -2$$

◆ ถ้า p เป็นจำนวนเฉพาะบวก แล้ว $n!$ จะมี p เป็นตัวประกอบอยู่ทั้งหมด

$$\left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \left[\frac{n}{p^3}\right] + \dots \text{ ตัว}$$

เมื่อ $n > p^k, k = 1, 2, 3, \dots$

$$\text{เช่น } 10! \text{ จะมี } 2 \text{ เป็นตัวประกอบอยู่ทั้งหมด } \left[\frac{10}{2}\right] + \left[\frac{10}{2^2}\right] + \left[\frac{10}{2^3}\right] = 5 + 2 + 1 = 8 \text{ ตัว}$$

$$10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

◆ ตัวหารร่วมและตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

ตัวหารร่วมของ 12 และ 18 คือ จำนวนเต็มบวกที่หารทั้ง 12 และ 18 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 6

ตัวหารร่วมมากของ 12 และ 18 คือ จำนวนเต็มบวกมากที่สุดที่หารทั้ง 12 และ 18 ลงตัว ได้แก่ 6

◆ **ตัวคูณร่วมและตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)**

ตัวคูณร่วมของ 2 และ 3 คือ จำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 2 และ หารด้วย 3 ลงตัว ได้แก่ 6, 12, 18, 24, 30, ...

ตัวคูณร่วมน้อยของ 2 และ 3 คือ จำนวนเต็มบวกน้อยที่สุดที่หารด้วย 2 และ หารด้วย 3 ลงตัว ได้แก่ 6

◆ **จำนวนคู่** คือ จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว หรือเขียนในรูป $2n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

◆ **จำนวนคี่** คือ จำนวนที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว หรือหารด้วย 2 แล้วเหลือเศษ 1 หรือเขียนในรูป $2n+1$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มใดๆ

◆ **จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 3 ขึ้นไป** จะหารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 1 หรือหารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 3 ซึ่งเขียนแทนด้วย $4n+1$ และ $4n+3$

◆ **จำนวนตัวประกอบที่เป็นจำนวนเต็มบวก**

ถ้าเขียน N ในรูปการแยกตัวประกอบ $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d \times 11^e \times \dots$ แล้ว ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเต็มบวกของ N จะมีทั้งหมด $(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)(e+1)\dots$ ตัว

เช่น $N = 120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$ จะมีตัวประกอบที่เป็นจำนวนเต็มบวกทั้งหมด

$$(3+1)(1+1)(1+1) = 4 \times 2 \times 2 = 16 \text{ ตัว}$$

◆ **เศษจากการหาร p และ q ด้วย $p-q$ จะมีค่าเท่ากัน**

เช่น เศษจากการหาร 28 และ 17 ด้วย 11 จะได้เท่ากันคือ 6

◆ **เศษจากการหารจำนวนนับ N ด้วย 3 หรือ 9 จะเท่ากับ เศษจากการหารผลบวกของเลขโดดทุกตัวของ N**

เช่น เศษจากการหาร 7,642 ด้วย 3 จะเท่ากับ เศษจากการหาร $(7+6+4+2)$ ด้วย 3

3 การนับ

◆ กฎการนับเบื้องต้น

กฎการบวก

ถ้างานชิ้นหนึ่ง แบ่งออกเป็น 2 กรณี โดยที่ กรณีที่ 1 ทำได้ n_1 วิธี และกรณีที่ 2 ทำได้ n_2 วิธี แล้วจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำงานชิ้นนี้ให้สำเร็จ จะเท่ากับ $n_1 + n_2$ วิธี

กฎการคูณ

ถ้างานชิ้นหนึ่ง แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนต่อเนื่องกัน โดยที่ขั้นตอนที่ 1 ทำได้ n_1 วิธี และขั้นตอนที่ 2 ทำได้ n_2 วิธี แล้วจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำงานชิ้นนี้ให้สำเร็จ จะเท่ากับ $n_1 \times n_2$ วิธี

◆ การเรียงสับเปลี่ยนของที่ต่างกันทั้งหมด n สิ่ง เป็นเส้นตรง

จะทำได้ทั้งหมด $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$ วิธี

เช่น จัดคน 5 คน เข้าแถวเป็นเส้นตรง จะจัดได้ทั้งหมด $5!$ วิธี

◆ การเรียงสับเปลี่ยนของที่ซ้ำกัน n สิ่ง เป็นเส้นตรง จะทำได้ทั้งหมด $\frac{n!}{n_1!n_2! \dots}$ วิธี

เมื่อ n_1, n_2, \dots เป็นจำนวนของของที่ซ้ำกันหรือเหมือนกัน

เช่น สลับที่ AHA เป็นเส้นตรง จะสลับได้ทั้งหมด $\frac{3!}{2!} = \frac{6}{2} = 3$ วิธี ได้แก่ AAH, AHA, HAA

◆ ความสัมพันธ์เวียนเกิด

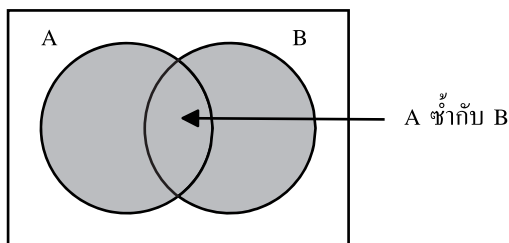
คือความสัมพันธ์ของลำดับ ที่พจน์ถัดไป จะหาได้จากพจน์ที่อยู่ก่อนหน้านั้น

เช่น 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... จะเขียนแทนด้วย $a_n = a_{n-1} + 3$ เมื่อ $n \geq 2$ และ $a_1 = 1$

3, 9, 27, 81, 243, 729, ... จะเขียนแทนด้วย $a_n = 3a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$ และ $a_1 = 3$

1, 1, 2, 3, 5, 8, ... จะเขียนแทนด้วย $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$ และ $a_1 = 1, a_2 = 1$

◆ การนับเมื่อมีส่วนที่ซ้ำกัน



จากรูป จะได้ว่า

“พื้นที่ส่วนที่แรเงา = พื้นที่วงกลม A + พื้นที่วงกลม B

– พื้นที่ส่วนที่วงกลม A ซ้ำกับวงกลม B”

หรือ “จำนวนสมาชิกของส่วนที่แรก = จำนวนสมาชิกของ A + จำนวนสมาชิกของ B
– จำนวนสมาชิกในส่วนที่ A ซ้ำกับ B”

◆ การเลือก

$\binom{n}{r}$ แทน จำนวนวิธีในการเลือกหรือการหยิบของที่ต่างกัน n สิ่ง มาพร้อมกันทีละ r สิ่ง

เช่น ถ้าต้องการเลือกตัวอักษรมา 2 ตัว จากคำว่า BOAT จะเลือกได้ทั้งหมด $\binom{4}{2} = 6$ วิธี ได้แก่ BO, BA, BT, OA, OT, AT

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

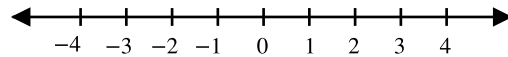
◆ การจับคู่

ถ้ามีคน n คน แข่งกันทีละ 2 คน โดยแข่งแบบพบกันหมด จะมีการแข่งขันทั้งหมด

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ นัด}$$

4 พิชคณิต

◆ จำนวนเต็ม ได้แก่ $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$



$$2+3 = +2+3 = +5 = 5, \quad 2-3 = +2-3 = -1$$

$$-2+3 = +1 = 1, \quad -2-3 = -5$$

$$-5+7 = +7-5 = +2 = 2$$

$$2+(+3) = 2+3 = 5$$

$$2+(-3) = 2-3 = -1$$

$$2-(+3) = 2-3 = -1$$

$$2-(-3) = 2+3 = 5$$

$$2-(3+5) = 2-3-5 = 2-8 = -6$$

$$2-(3-5) = 2-3+5 = 7-3 = 4$$

$$6+5-4+3-2-8+7 = +6+5+3+7-4-2-8 = 21-14 = 7$$

◆ การหาร

a หารด้วย b เขียนแทนด้วย $a \div b$ หรือ $\frac{a}{b}$ และ $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

a หาร b เขียนแทนด้วย $b \div a$ หรือ $\frac{b}{a}$ และ $\frac{b}{a} = b \times \frac{1}{a}$

◆ การเทียบบัญญัติไตรยางค์ มี 3 ขั้นตอน

เช่น ไข่ไก่ 30 ฟอง ราคา 120 บาท

ไข่ไก่ 1 ฟอง ราคา $\frac{120}{30}$ บาท

ไข่ไก่ 40 ฟอง ราคา $\frac{120}{30} \times 40$ บาท

◆ a เปอร์เซ็นต์ = $a\% = \frac{a}{100}$

เช่น $20\% = \frac{20}{100}$

◆ การทำเศษส่วนให้เป็นเปอร์เซ็นต์ ให้คูณด้วย $\frac{100}{100}$

เช่น $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{3}{1} \times \frac{20}{100} = \frac{60}{100} = 60\%$

◆ ผลต่างกำลังสอง

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

◆ ผลต่างของเศษส่วน

$$\frac{1}{a \times b} = \frac{1}{b - a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

◆ อนุกรม คือ ผลบวกของพจน์ต่าง ๆ ในลำดับ

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - x}{x - 1} = \frac{x(x^n - 1)}{x - 1}$$

อนุกรมเลขคณิต คือ อนุกรมที่ผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันมีค่าคงตัว

เช่น $3 + 5 + 7 + 9 + 11$

เป็นอนุกรมเลขคณิต เพราะว่า $5 - 3 = 7 - 5 = 9 - 7 = 11 - 9 = 2$

สูตรของอนุกรมเลขคณิต คือ $S = \frac{\text{จำนวนตัว}}{2} \times (\text{ตัวหน้าสุด} + \text{ตัวหลังสุด})$

เช่น $3 + 5 + 7 + 9 + 11$ มีทั้งหมด 5 ตัว ตัวหน้าสุดคือ 3 และ ตัวหลังสุดคือ 11

$$\therefore S = \frac{5}{2} \times (3 + 11) = \frac{5}{2} \times 14 = 35$$

(หมายความว่า $3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35$)

◆ ระยะทาง อัตราเร็ว เวลา

$$s = vt$$

เมื่อ s แทน ระยะทาง , v แทน อัตราเร็ว และ t แทน เวลา

◆ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ในที่นี้เรียกสั้น ๆ ว่าค่าเฉลี่ย

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูล}}{\text{จำนวนข้อมูล}}$$

ถ้า x_1, x_2, x_3 เป็นข้อมูลที่ต้องการนำมาหาค่าเฉลี่ย แล้วจะได้ว่า

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

◆ อสมการ

ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$

ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$

