

## แบบฝึกหัด

1. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มบวก ที่สอดคล้องสมการ  $a + b + c = 9$
2. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ที่สอดคล้องสมการ  $a + b + c + d = 20$
3. จงหาจำนวนพจน์จากการกระจาย  $(a + b + c + d)^6$
4. (AIME 1998) จงหาจำนวนชุดของเต็มคือบวกสี่อันดับที่ทำให้  $a + b + c + d = 98$
5. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ทำให้  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 60$  ในแต่ละกรณีต่อไปนี้
  - (ก)  $x_i \geq i - 1$  สำหรับแต่ละ  $i = 1, 2, \dots, 6$
  - (ข)  $x_1 \geq 2, x_2 \geq 5, 2 \leq x_3 \leq 7, x_4 \geq 1, x_5 \geq 3, x_6 \geq 2$
6. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ทำให้  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ 
  - (ก)  $x_i \geq 0$  สำหรับแต่ละ  $i = 1, 2, 3, 4$
  - (ข)  $x_1 \geq -5, x_2 \geq -1, x_3 \geq 1$  และ  $x_4 \geq 2$
  - (ค)  $2 \leq x_1 \leq 7$  และ  $x_i \geq 0$  สำหรับแต่ละ  $i = 1, 2, 3, 4$
7. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบสี่อันดับ  $(w, x, y, z)$  ซึ่งสอดคล้องกับสมการ
 
$$w + x + y + z \leq 1992$$
8. (ค่ายโอลิมปิก สสวท. รอบที่ 1, 18 ตุลาคม 2536) ลูกเต๋า 3 ลูก มีลักษณะดังนี้
 

ลูกที่ 1 สีขาว	แต้มทั้งหก คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6
ลูกที่ 2 สีเขียว	แต้มทั้งหก คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6
ลูกที่ 3 สีแดง	แต้มทั้งหก คือ 3, 4, 5, 6, 7, 8

 โยนลูกเต๋า 3 ลูกนี้พร้อม ๆ กัน จงหาจำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มมีค่าเท่ากับ 12
9. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่สอดคล้องสมการ
 
$$x_1 + x_2 + x_3 = 28$$
 โดยที่  $3 \leq x_1 \leq 9, 0 \leq x_2 \leq 8$  และ  $7 \leq x_3 \leq 17$
10. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่สอดคล้องสมการ
 
$$x_1 + x_2 + x_3 = 40$$
 โดยที่  $6 \leq x_1 \leq 15, 5 \leq x_2 \leq 20$  และ  $10 \leq x_3 \leq 25$
11. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ
 
$$5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14$$
12. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ
 
$$rx_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = kr$$
 เมื่อ  $k, r, n$  เป็นจำนวนนับ

13. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

14. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มบวกซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$(x_1 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) = 77$$

15. จงหาจำนวนผลเฉลยของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n) = p$$

โดยที่  $n \in \mathbb{N}$  และ  $p$  เป็นจำนวนเฉพาะ

16. (TMO ครั้งที่ 2, 2548) จงหาจำนวนผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มบวกของสมการ

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2(y_1 + y_2) = 2548$$

17. (TMO ครั้งที่ 2, 2548) โยนลูกเต๋าลูกหนึ่ง 6 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ทำให้แต้มรวมเท่ากับ 21

18. (ค่ายโอลิมปิก สสวท รอบที่ 1, 18 ตุลาคม 2536) ให้  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  เป็นเซตของตัวอักษร เราจะเรียก  $x = x_1x_2x_3x_4x_5$  ว่าค่าที่มีความยาว 5 ถ้า  $x_i \in A$  สำหรับ  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  เรานิยามน้ำหนักของ  $x$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $w(x)$  โดย  $w(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$  จงหาจำนวนค่าทั้งหมดที่มีความยาว 5 และมีน้ำหนักเป็นจำนวนคี่

เฉลย

1.  $\binom{8}{2} = 28$

2.  $\binom{23}{3} = 1,771$

3.  $\binom{9}{3} = 84$

4.  $\binom{50}{3} = 19,600$

5. (ก)  $\binom{50}{5}$ , (ข)  $\binom{50}{5} - \binom{44}{5}$

6. (ก)  $\binom{33}{3}$ , (ข)  $\binom{36}{3}$ , (ค)  $\binom{31}{3} - \binom{25}{3}$

7.  $\binom{1996}{4}$

8.  $\binom{9}{2} - 3\binom{3}{2} = 27$

9.  $\binom{20}{2} - \binom{13}{2} - \binom{11}{2} - \binom{9}{2} + \binom{4}{2} + \binom{2}{2} = 28$

10.  $\binom{21}{2} - \binom{11}{2} - 2\binom{5}{2} = 135$

11.  $\binom{16}{2} + \binom{11}{2} + \binom{6}{2}$

12.  $\sum_{i=0}^k \binom{r(k-i) + n - 2}{n-2}$

13. 36

14. 2,700

$$15. 2 \binom{n}{n-1} \binom{p+n-1}{n-1} = 2n \binom{p+n-1}{p}$$

$$16. \binom{6}{2} \binom{51}{1} + \binom{13}{2} \binom{12}{1} = 1,701 \quad 17. \binom{20}{5} - \binom{6}{1} \binom{14}{5} + \binom{6}{2} \binom{8}{5} = 4,332$$

$$18. \sum_{i=1}^{10} \binom{2i+3}{4} - \binom{5}{1} \sum_{i=3}^{10} \binom{2i-2}{4} + \binom{5}{2} \sum_{i=6}^{10} \binom{2i-7}{4} - \binom{5}{3} \sum_{i=8}^{10} \binom{2i-12}{4} = 1,562$$