

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประจำปี 2554 (TME)

ชื่อ - นามสกุล	โรงเรียน	
	ชั้น	

คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 4 หน้า จำนวน 30 ข้อ

ให้เขียนตัวเลขและระบายคำตอบลงในกระดาษคำตอบ

ข้อ 1. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$4\sqrt{20} + \sqrt{32} - \sqrt{5} + \sqrt{18} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2}$$

จงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 2. ถ้าสมการ $9x^2 - 6x - 4 = 0$ มีคำตอบเป็น $\frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$

จงหาว่า $2a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

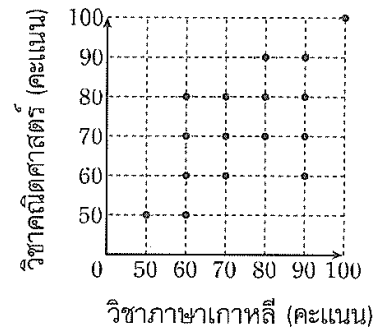
ข้อ 3. เมื่อจัดสมการ $(x-1)(x-5) = 4$ ให้อยู่ในรูป $(x+a)^2 = b$

จงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 4. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาว $a-7, a, a+1$

จงหาว่า a มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 5. กราฟต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนวิชาคณิตศาสตร์และคะแนนวิชาภาษาเกาหลีของนักเรียน 16 คน จงหาว่านักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าคะแนนวิชาภาษาเกาหลีมีจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์ของนักเรียนทั้งหมด

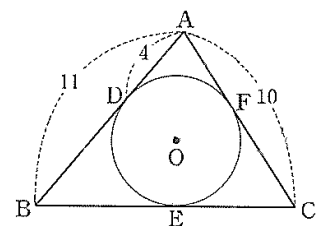


ข้อ 6. ถ้าพาราโบลา $y = x^2 + bx + c$ มีจุด $(-3, 2)$ เป็นจุดต่ำสุด

จงหาว่า $b + c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 7. วงกลม O สัมผัสด้านของ $\triangle ABC$ ที่จุด D, E, F ดังรูป

ถ้า $AB = 11, AC = 10, AD = 4$ แล้วด้าน BC ยาวกี่หน่วย



ข้อ 8. จงหาสัมประสิทธิ์ของ x เมื่อกระจายนิพจน์ต่อไปนี้

$$(3x + 5)(x + 4) - 2(x - 1)(x + 5)$$

ข้อ 9. ถ้า $2x^2 + (3a - 11)x - 15 = (2x - 3)(x + 5)$ เสมอ

แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 10. ตารางต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนวิชา

คณิตศาสตร์กับคะแนนวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียน 30 คน

ตัวอย่างเช่น นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ 3 คะแนน และ

ได้คะแนนวิชาภาษาอังกฤษ 4 คะแนน มี 2 คน

ภาษาอังกฤษ คณิตศาสตร์	0	1	2	3	4	5	รวม
5					2	1	3
4				3	2		5
3			2	3	2		7
2		1	5	4			10
1		1	2				3
0	1	1					2
รวม	1	3	9	10	6	1	30

จงหาว่านักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์และวิชา

ภาษาอังกฤษรวมกันไม่เกิน 5 คะแนนมีทั้งหมดกี่คน

ข้อ 11. ถ้าผลบวกของคำตอบทั้งสองค่าจากสมการ $x^2 - 2x - 1 = 0$

เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 4x + k = 0$ ด้วย

จงหาว่าค่าคงตัว k มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 12. กำหนดให้ $x = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ และ $y = \frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

$x^2 - 3xy + y^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 13. จากสมการ

$$\sqrt{\frac{8}{15}} \times \left(-\sqrt{\frac{10}{3}}\right) \div \left(-\sqrt{\frac{5}{12}}\right) = \frac{n}{m} \sqrt{15}$$

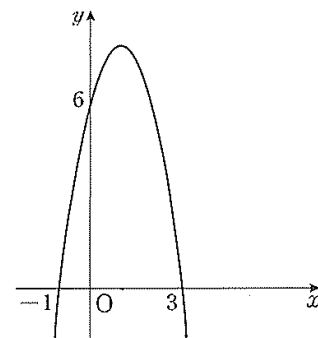
เมื่อ $\frac{n}{m}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ

จงหาว่า $m + n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 14. กราฟพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ ตัดแกน x ที่จุด

$(-1, 0)$, $(3, 0)$ และตัดแกน y ที่จุด $(0, 6)$

จงหาว่า $a + b + c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 15. ถ้า $x^2 - 3x = 2x^2 - 5x - 2$ แล้ว

จงหาว่า x มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 16. ถ้าเลื่อนขนานกราฟพาราโบลา $y = 2x^2 - 4x + 3$ ไปเป็น

ระยะ p ในแนวแกน x และเป็นระยะ q ในแนวแกน y แล้ว

ได้ภาพที่ทับซ้อนกับกราฟพาราโบลา $y = 2x^2 - 12x + 3$ ได้สนิท

จงหาว่า $p - q$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

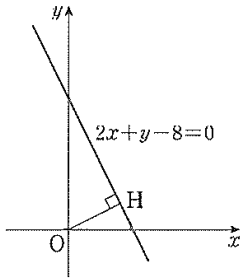
(ถ้า $p < 0$ หมายความว่าเลื่อนกราฟไปทางซ้าย

ถ้า $q < 0$ หมายความว่าเลื่อนกราฟลงล่าง)

ข้อ 17. ถ้าระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงเส้นตรง $2x + y - 8 = 0$ เท่ากับ

$$OH = \frac{n}{m}\sqrt{5} \text{ โดยที่ } \frac{n}{m} \text{ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ}$$

จงหาว่า mn มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 18. กราฟพาราโบลา $y = a(x^2 - 3x + 2)$ ตัดแกน x ที่จุด A และ

B และมีจุด C เป็นจุดยอด ถ้าพื้นที่ของ $\triangle ABC$ เท่ากับ 10

จงหาค่าของ a (a เป็นค่าคงตัวซึ่ง $a > 0$)

ข้อ 19. ถ้า $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} = n + a$ โดยที่ n เป็นจำนวนเต็ม และ $0 \leq a < 1$

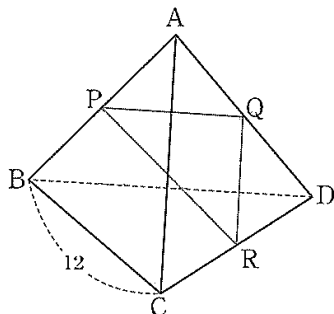
จงหาว่า $a^2 + 4a + 4$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 20. ให้ ABCD เป็นพีระมิดฐานสามเหลี่ยม โดยทุกหน้าเป็นรูป

สามเหลี่ยมด้านเท่า ที่มีด้านยาว 12 หน่วย ดังรูป

ถ้า P, Q, R เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB, AD, CD ตามลำดับ

จงหาพื้นที่ของ $\triangle PQR$



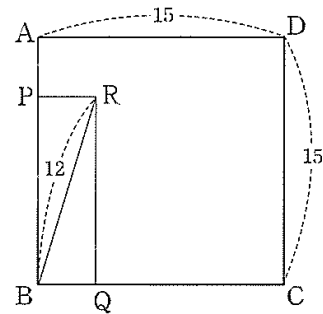
ข้อ 21. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า PBQR มีพื้นที่ 40 ตารางหน่วย มีเส้นทแยง

มุมยาว 12 หน่วย และอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ที่มีด้านหนึ่ง

ยาว 15 หน่วย ดังรูป

ถ้า $AP + QC = a + b\sqrt{14}$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม

แล้ว จงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 22. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนนับ เมื่อจัด $3x^2 - (a-2)x + 7b$

ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จงหาว่า $a + b$ จะมีค่าน้อยที่สุด

เท่ากับเท่าใด

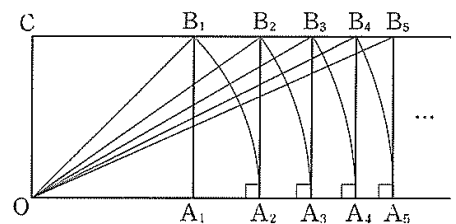
ข้อ 23. จากรูป $\overline{OB_1}$ เป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส OA_1B_1C

ซึ่งมี $OA_1 = 1$

และ $OB_1 = OA_2, OB_2 = OA_3, OB_3 = OA_4, \dots$

ถ้า $P_2 = \frac{1}{OA_1+OA_2}, P_3 = \frac{1}{OA_2+OA_3}, P_4 = \frac{1}{OA_3+OA_4}, \dots$

จงหาว่า $P_2 + P_3 + \dots + P_{64}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 24. กราฟพาราโบลา $y = ax^2 - 2ax + b$ ผ่านจุด (3,3) และค่าต่ำสุดของ y เป็น -5 จงหาว่า $a - b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

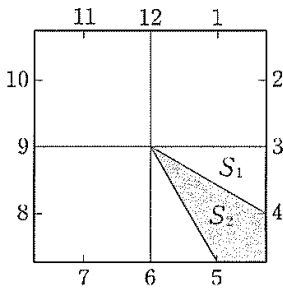
ข้อ 25. นาฬิกาเรือนหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป

ให้ S_1 เป็นพื้นที่ของส่วนที่แสดงเวลาตั้งแต่ 3 ถึง 4 นาฬิกา

และ S_2 เป็นพื้นที่ของส่วนที่แสดงเวลาตั้งแต่ 4 ถึง 5 นาฬิกา

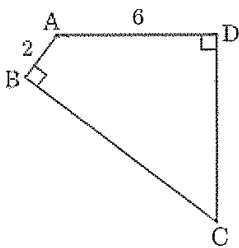
ถ้า $\frac{S_2}{S_1} = a + b\sqrt{3}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม

จงหาว่า $a^2 + b^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

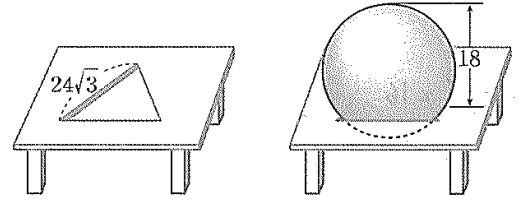


ข้อ 26. จำนวนคู่บวกที่มีสามหลัก 2 จำนวนที่มีค่าเรียงต่อกัน และแต่ละจำนวนหาร $5^{24} - 1$ ได้ลงตัวนั้น จะมีผลบวกที่น้อยที่สุดเท่ากับเท่าใด

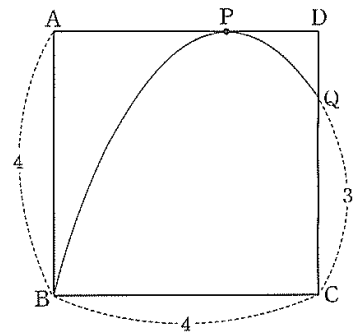
ข้อ 27. $\square ABCD$ มีความยาวด้านแต่ละด้านเป็นจำนวนเต็ม และ $\overline{AB} = 2, \overline{AD} = 6, \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ ถ้าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมนี้มีค่ามากที่สุดเท่ากับ M และมีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ m จงหาว่า $M + m$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 28. เจาะรูโต๊ะหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว $24\sqrt{3}$ หน่วย ดังรูป เมื่อวางทรงกลมลูกหนึ่งลงในรูที่เจาะไว้ พบว่าส่วนที่อยู่เหนือโต๊ะมีความสูงเท่ากับ 18 หน่วย จงหาความยาวรัศมีของทรงกลมนี้



ข้อ 29. รูปต่อไปนี้แสดงส่วนของพาราโบลาที่อยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ที่มีด้านยาว 4 หน่วย โดยจุด P เป็นจุดยอดของพาราโบลา และ $CQ = 3$ ถ้า $AP = \frac{n}{m}$ โดยที่ $\frac{n}{m}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ จงหาว่า $m + n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 30. ถ้า a, b, x, y เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $x + y = a + b = 6\sqrt{2}$ จงหาค่าน้อยที่สุดของ $\sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{y^2 + b^2}$